Mémento des tests gaussiens

Problèmes à un échantillon

$N(m, s^2)$, test sur μ avec σ connu : $\dfrac{\overline{X} - m_0}{s\big/\sqrt{n}} \xrightarrow[H_O]{} N(0,1)$

$N(m, s^2)$, test sur μ avec σ inconnu, n petit : $\dfrac{\overline{X} - m_0}{S\big/\sqrt{n}} \xrightarrow[H_O]{} F(n-1)$

$N(m, s^2)$, test sur μ avec σ inconnu, n grand : $\dfrac{\overline{X} - m_0}{S\big/\sqrt{n}} \xrightarrow[H_O]{} N(0,1)$

$N(m, s^2)$, test sur σ^2, avec μ connu : $\dfrac{1}{s_0^2}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 \xrightarrow[H_0]{} c^2(n)$

$N(m, s^2)$, test sur σ^2, avec μ inconnu : $\dfrac{1}{s_0^2}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2 \xrightarrow[H_0]{} c^2(n-1)$

Si n est grand, on utilisera des lois approchées :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1} \xrightarrow{\approx} N\left(s^2, \sqrt{\frac{2s^4}{n}}\right) \text{ et } \sqrt{2c^2(n)} \xrightarrow{\approx} N(\sqrt{2n-1}, 1)$$

Problèmes à deux échantillons

Pour $(X_1, X_2, \dots X_{n1})$ et $(Y_1, Y_2, \dots Y_n)$, deux échantillons de loi $N(m_1, s^2_1)$ et $N(m_2, s^2_2)$.

Test de $\sigma_1 = \sigma_2$ avec moyennes connues : $\dfrac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_i - m_1)^2}{n_1}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n_1}(Y_i - m_2)^2}{n_2}} \xrightarrow{H_0} F(n_1, n_2)$

Test de $\sigma_1 = \sigma_2$ avec moyennes inconnues : $$\left.\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\overline{X})^2}{n_1-1}\right/\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(Y_i-\overline{Y})^2}{n_2-1}\xrightarrow{H_0}F(n_1-1,n_2-1)$$

Test de $\mu_1=\mu_2$ avec variances connues : $$\frac{(\overline{X}-\overline{Y})}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}\xrightarrow{H_0}N(0,1)$$

Test de $\mu_1=\mu_2$ avec variances inconnues mais n_1 et n_2 grands : $$\frac{(\overline{X}-\overline{Y})}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}\xrightarrow{H_0}N(0,1)$$

Test de $\mu_1=\mu_2$ avec variances inconnues mais égales :
$$\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(m_1-m_2)}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\frac{\sum_{i=1}^{n_1}\left(X_i-\overline{X}\right)^2+\sum_{j=1}^{n_2}(Y_j-\overline{Y})^2}{n_1+n_2-2}}}\to F(n_1+n_2-2)$$

Comparaison de pourcentages

Test sur un **pourcentage** : ($\hat{p}$ est la fréquence de succès)

$$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}\xrightarrow{H_0}N(0,1)$$

Test sur **deux pourcentages** (f = fréquence de succès calculée sur l'ensemble des observations)

$$\frac{(\hat{p}_1-\hat{p}_2)}{\sqrt{f(1-f)\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}\xrightarrow{H_0}N(0,1)$$