TEST DE NORMALITE

Source : JP Morgan/Reuteurs, RiskMetrics - Technical Document, 4° ed., 1996 et Saporta, Probabilités, Analyse des données et Statistique, Editions Technip, 1990

QQ Plot

Le QQPlot (ou Quantile to Quantile Plot) est un graphique dont l'objectif est de tester la conformité entre la distribution empirique d'une variable et une distribution théorique données. Nous l'appliquerons au test de conformité à la distribution normale.

Si q_j est le jème quantile (pour rappel, le qème quantile est le nombre qui excède q pourcents des observations effectuées) et qu'il y a T quantiles observés, alors :

$$\Pr(x_t < q_j) \cong p_j$$

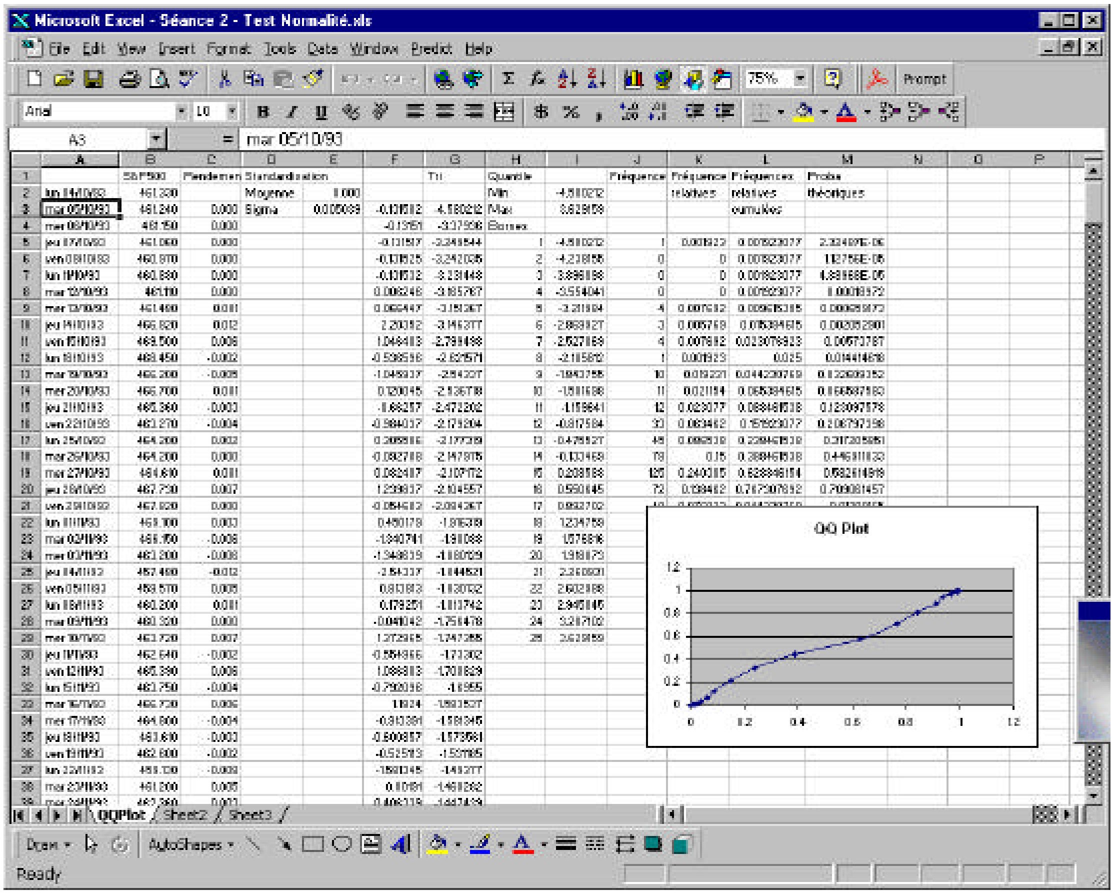
$$\text{où } p_j = \frac{j - 0.5}{T}$$

La procédure de construction du graphique est la suivante:

1. Standardisation des observation
2. Tri des valeurs obtenues
3. Détermination des quantiles q_i de chaque observation
4. Comptage du nombre d'individus par quantile
5. Détermination de la fréquence observé f_i par quantile
6. Cumul des fréquences observées par quartile $_{Fi}$
7. Détermination de la fréquence théorique cumulée par quantile z_i selon une Normale (0,1)
8. Construction d'un graphique de type *scatterplot* pour représenter les couples (z_i,F_i)

Plus le résultat obtenu s'écarte de la diagonale à 45°, plus la distribution empirique s'écarte de la distribution théorique.

Exemple : application aux rendements du S&P 500 sur la période 1995-1995

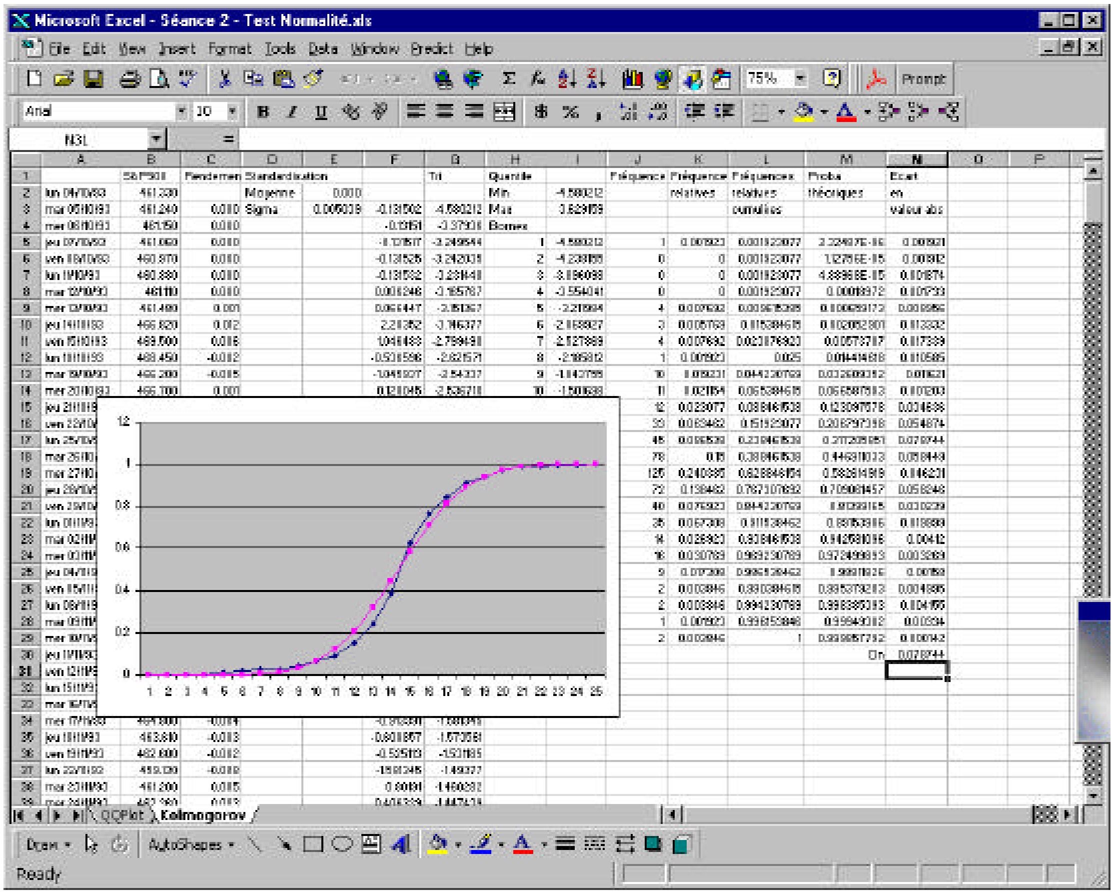


Test de Kolmogorov

Il s'agit d'un test non paramétrique d'ajustement à une distribution entièrement spécifiée de fonction de répartition *F(x)*. Si *F'(x)* représente la fonction de répartition empirique d'un n-échantillon d'une variable aléatoire de distribution *F(x)*, on que $D_n = \sup|F'_n(x) - F(x)|$ est asymptotiquement distribué comme suit : $P(\sqrt{n}D_n < y) \rightarrow K(y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{(-2k^2y^2)}$. La fonction K(y) a été tabulée et permet donc de tester si F'(x)=F(x).

La procédure de construction du test est très proche de la procédure de construction du QQ Plot. Une fois les couples F_i, z_i obtenus (étape 7 précédante), il suffit de suivre la procédure suivante :

1. Calcul de la valeur absolue de F_i-z_i
2. Détermination de maximum de l'écart pour obtenir D_n
3. On se réfère alors à une table de Kolmogorov pour déterminer la probabilité d'observer une telle valeur sous l'hypothèse nulle d'égalité entre F'(x) et F(x).


Microsoft Excel - Séance 2 - Test Normalité.xls
File Edit View Insert Format Tools Data Window Predict Help
Arial
75%
Prompt
QQPlot
Kolmogorov
Draw
AutoShapes
Ready