TEST DES RUNS

Source : D.N.Gujarati, "Basic Econometrics", Third Ed., McGraw Hill, 1995

Le test des Runs

Le test

Le test des runs est un test non-paramétrique qui permet de déterminer si les réalisations successives d'une variable sont indépendantes. Il est construit sur l'observation du signe des changements d'une variable. Affectons le signe + à une hausse et le signe **-** à une baisse. Un run est une succession de changements de même signe. Posons les notations suivantes :

n : nombre total d'observations
n_1 : le nombre de symboles +
n_2 : le nombre de symboles **-**
k : le nombre runs

Si les réalisations successives sont indépendantes et si $n_1 > 10$ et $n_2 > 10$, le nombre de runs converge vers une distribution normale avec :

- $$E(k) = \frac{2n_1 n_2}{n_1 + n_2} + 1$$
- $$s_k^2 = \frac{2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)}$$

On construit alors aisément un test d'hypothèse (ou un intervalle de confiance) pour juger de la probabilité d'observer le nombre de runs obtenus pour une série déterminée.

Remarque

E. Fama applique dans "The Behavior of Stock-Market Prices" (The Journal of Business, vol. 38,n1, 1965, p. 34-105) le test des runs aux rendements boursiers de manière un peu particulière. Il distingue en effet trois valeurs possibles : hausse, baisse et stabilité. Parmi les différents tests proposés par l'auteur, on retiendra les deux tests suivants :

- le nombre total de runs observés :
  Si N est le nombre total d'observations (de changements de prix pour Fama), si n_i est le nombre d'observations pour le signe i (hausse, baisse ou stabilité), alors m, le nombre total attendu de runs converge (pour des N grands) vers une loi normale avec :
  $$E(m) = \frac{\left[N(N+1) - \sum_{i=1}^{3} n_i^2\right]}{N}$$
  $$s(m) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3} n_i^2 \left[\sum_{i=1}^{3} n_i^2 + N(N+1)\right] - 2N\sum_{i=1}^{3} n_i^3 - N^3}{N^2(N-1)}}$$

- le nombre de runs observés par signe (hausse, baisse, stabilité)
  Si le signe des observations (les changements de prix) est généré par un processus de Bernouilli avec probabilités P(+), P(-) et P(0), pour de grands échantillons (taille N), le nombre attendu de runs de signe + de longueur i (i= nombre de changements successifs de même signe) sera

approximativement $NP(+)^i(1-P(+))^2$. Le nombre attendu de runs de toute longueur sera dès lors $\sum_{i=1}^{\infty} NP(+)^i \left[1-P(+)\right]^2$, soit NP(+)(1-NP(+)). Il est alors possible de comparer le nombre de runs attendus au nombre de runs observés[1].

[1] On notera toutefois que l'auteur propose une correction à ce test pour tenir compte des spécificités des données utilisées.